



هم کلاسی
Hamkelasi.ir

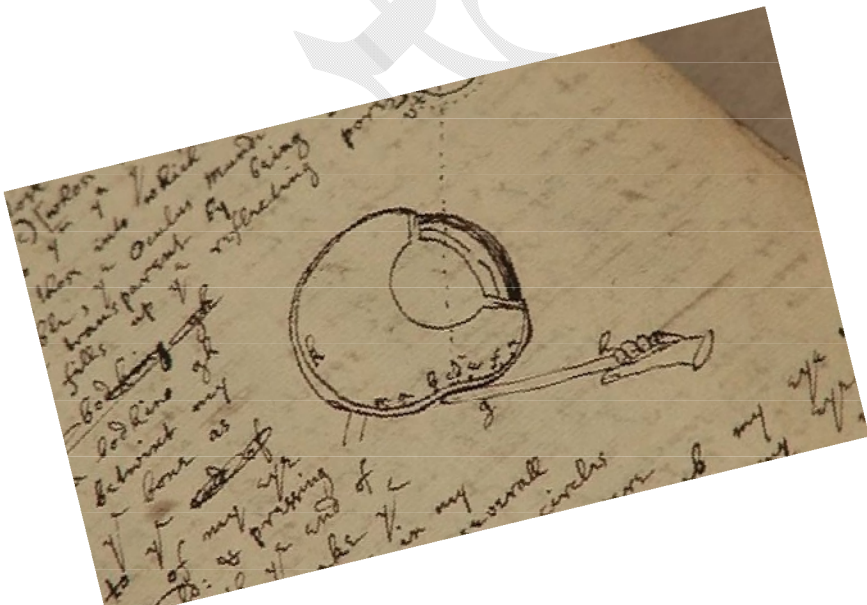
فیزیک کنکور

دینامیک

ویژه رشته تجربی

✓ درسنامه ای کاملا مفهومی

✓ همراه با سوالات کنکور سال ۹۰ الی ۹۴



نگارش: مهندس جاویدان مهر

مدارس فیزیک کنکور

بسم الله الرحمن الرحيم.. دست کلید در گنج حکیم

دینامیک (ویژه رشته تجربی)

سخنی با داوطلبان عزیز:

دینامیک شاخه ای از مکانیک است که حرکت و سکون اجسام را با توجه به نیروهای وارد بر آن ها مورد مطالعه قرار می دهد. مجموعه که مشاهده می فرمایید مبحث دینامیک فیزیک کنکور را از نگاهی کاملاً مفهومی مورد بررسی قرار می دهد. در سال های اخیر روش های به اصطلاح کنکوری و حفظی که صرفاً بر مبنای حفظ فرمول های عجیب و به دور از نگاهی علمی به مساله است، بسیار تبلیغ شده است. در این روش ها سعی در انتقال مفاهیم نشده است، حال آن که کلید ورود به بحث فیزیک، نگاهی دقیق، مفهومی و ژرف به مطالب و مسایل آن خواهد بود. بدیهی است با یک بار یادگیری دقیق و مفهومی مطالب، داوطلب قادر خواهد بود بسیاری از مسایل فیزیک را درک کرده و سپس به آن ها پاسخ گوید. ناگفته پیداست که در این راه تمرین و تلاش نقش بسیار اساسی خواهد داشت.

در این مجموعه ابتدا سعی شده است مفاهیم هر قسمت به بیانی ساده و شیوا توضیح داده شود و مسایلی را به صورت تشریحی مورد بررسی و حل قرار دهد. تفاوت بین دینامیک رشته ریاضی و تجربی، مسایل شیب عرضی جاده است که فقط برای رشته ریاضی مطرح شده است و بقیه مطالب عیناً شبیه هم هستند، بنابراین داوطلب می تواند مسایل مشترک هر دو رشته را حل نماید. در پایان این مجموعه، سوالات کنکور ۵ سال اخیر در مبحث "دینامیک" در هر دو کنکور رشته ریاضی و تجربی نگاشته شده است که امید است داوطلبان عزیز با پاسخگویی به سوالات و مقایسه جواب های خود با کلید موجود در آخر جزوه، یادگیری خود را در این فصل ارزیابی نموده و همچنین با سلیقه طراحان کنکور و سبک و سیاق سوالات این فصل در سال های اخیر کنکور آشنا شوند. قبل از مطالعه این فصل توجه به نکات زیر حائز اهمیت است:

- یادگیری کامل نکات و فرمول هایی که درون کادر نوشته شده، الزامی است.
- راه حل هایی که با علامت  مشخص شده اند؛ راه حل های تستی برای رسیدن سریع تر به جواب است و پیشنهاد می شود ابتدا راه حل اول را به طور کامل یاد بگیرید و سپس در صورت تمایل راه حل  را فرا گرفته و از آن در حل تست ها استفاده نمایید.

امیدوارم این مجموعه مفید واقع شده و نقشی هر چند کوچک در موفقیت شما داشته باشد.

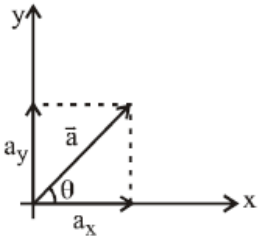
با آرزوی موفقیت...

فهرست

- ۱- بردار ها..... ۳
- ۲- قوانین نیوتن درباره ی حرکت..... ۶
- ۳- انواع نیروها در دینامیک..... ۷
- ۴- برخی مسایل پر کاربرد در دینامیک..... ۱۲
- ۵- تکانه..... ۱۸
- ۶- دینامیک حرکت دایره ای..... ۱۹
- ۷- مراحل حل مسائل دینامیک..... ۲۰
- ۸- تست های کنکور با پاسخ تشریحی..... ۲۱
- ۹- تست های کنکور حل نشده..... ۲۴
- ۱۰- سوالات دینامیک المپیاد دانش آموزی فیزیک..... ۳۵
- ۱۱- کلید سوالات حل نشده..... ۳۶

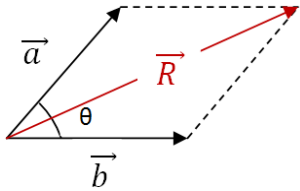
۱- بردارها

۱-۱- اندازه ی برآیند و تفاضل دو بردار:



برآیند دو بردار: هنگامی که اندازه ی دو بردار و زاویه ی بین دو بردار داده می شود از رابطه زیر برای به دست آوردن

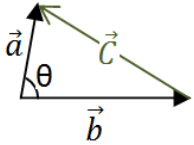
برآیند بردارها (جمع دو بردار) استفاده می کنیم.



برای رسم بردار برآیند کافی است از **روش متوازی الاضلاع** استفاده کنیم، به این صورت که اضلاعی مساوی و موازی هر بردار از انتهای بردار دیگر رسم می کنیم تا تشکیل یک متوازی الاضلاع داده شود؛ اکنون قطری که از محل شروع دو بردار می گذرد، بردار برآیند است.

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} \Rightarrow |\vec{R}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta} \quad (\text{برآیند})$$

تفاضل دو بردار: هنگامی که اندازه ی دو بردار و زاویه ی بین دو بردار داده می شود از رابطه زیر برای به دست آوردن تفاضل بردارها استفاده می کنیم.



برای رسم بردار تفاضل کافی است برداری از انتهای بردار دوم به انتهای بردار اول (مطابق شکل) رسم کنیم.

$$\vec{C} = \vec{a} - \vec{b} \Rightarrow |\vec{C}| = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta} \quad (\text{تفاضل})$$

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| \Rightarrow \begin{aligned} |\vec{R}| &= 2a \cos \frac{\theta}{2} \quad (\text{برآیند}) \\ |\vec{C}| &= 2a \sin \frac{\theta}{2} \quad (\text{تفاضل}) \end{aligned}$$

نکته ۱: اگر دو بردار هم اندازه باشند، داریم :

۱-۲- **تجزیه بردار:** هر بردار در صفحه ی X و Y را می توان بر حسب دو بردار در راستای X و Y تجزیه کرد و حاصل آن را بر حسب بردارهای یکه ی $\vec{i}$ و $\vec{j}$ نشان داد.

$$\begin{aligned} |a_x| &= a \cos \theta \\ |a_y| &= a \sin \theta \end{aligned} \Rightarrow \vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} = a \cos \theta \vec{i} + a \sin \theta \vec{j}$$

اندازه (بزرگی یا مقدار) بردار از رابطه زیر بدست می آید.

$$\begin{aligned} |\vec{a}| &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \\ \tan \theta &= \frac{a_y}{a_x} \end{aligned}$$

θ : زاویه بردار با محور X

مثال ۱: دو نیروی $\vec{F}_1 = 5 \text{ N}$ و $\vec{F}_2 = 10 \text{ N}$ بر نقطه ای اثر می کنند. اگر زاویه ی بین این دو نیرو ۱۲۰ درجه باشد، اندازه برآیند آن ها چند

نیوتن است؟ **(سراسری تجربی ۹۲).**

$$۷/۵ \sqrt{۲} \text{ (۴)}$$

$$۷/۵ \sqrt{۳} \text{ (۳)}$$

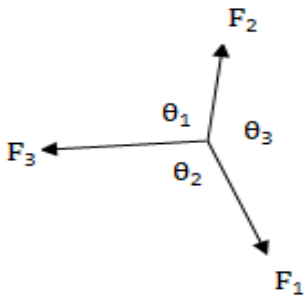
$$۵ \sqrt{۲} \text{ (۲)}$$

$$۵ \sqrt{۳} \text{ (۱)}$$

جواب: گزینه ۱

$$|\vec{R}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos 120^\circ} = \sqrt{5^2 + 10^2 + 2 \times 10 \times 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = 5\sqrt{3}$$

نکته ۲: اگر سه نیرو مطابق شکل در یک صفحه داشته باشیم و برآیند این نیروها صفر باشد؛ طبق رابطه سینوس ها در ریاضی، رابطه زیر بین آن ها برقرار است:



$$\frac{F_1}{\sin \theta_1} = \frac{F_2}{\sin \theta_2} = \frac{F_3}{\sin \theta_3}$$

مثال ۲: مجموع دو بردار $\vec{A} = 9\vec{i} + 12\vec{j}$ و $\vec{B}$ ، برداری در جهت مثبت محور y و هم اندازه با بردار $\vec{A}$ است. بزرگی $\vec{A} - \vec{B}$ کدام است؟ **(سراسری ریاضی ۹۳).**

$$9\sqrt{5} \text{ (۲)}$$

$$9\sqrt{3} \text{ (۲)}$$

$$9\sqrt{2} \text{ (۲)}$$

$$9 \text{ (۱)}$$

جواب: چون بردار مجموع در جهت محور y است یعنی مولفه ای در جهت x ندارد، پس مولفه در راستای x بردار $\vec{B}$ برابر با ۹- است. از طرفی اندازه بردار مجموع با اندازه بردار $\vec{A}$ برابرست یعنی:

$$|\vec{R}| = |\vec{A}| = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15 \Rightarrow \vec{R} = 15\vec{j} \Rightarrow \vec{B} = -9\vec{i} + 3\vec{j}$$

$$\vec{A} - \vec{B} = (9\vec{i} + 12\vec{j}) - (-9\vec{i} + 3\vec{j}) = 18\vec{i} + 9\vec{j}$$

$$\Rightarrow |\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{18^2 + 9^2} = 9\sqrt{2^2 + 1^2} = 9\sqrt{5} \quad \text{گزینه ۴}$$

مثال ۳: سه نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ دو به دو با هم زاویه ی 120° می سازند. اگر اندازه ی نیروها به ترتیب ۵ و ۱۰ و ۱۵ نیوتن باشد، برآیند آن ها چند نیوتن است؟ **(سراسری ریاضی ۹۲).**

$$15 \text{ (۴)}$$

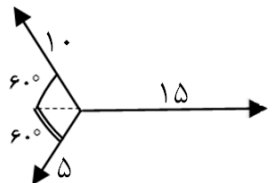
$$5\sqrt{3} \text{ (۳)}$$

$$5 \text{ (۲)}$$

$$\text{صفر (۱)}$$

جواب: راه حل اولیه: برای حل این گونه سوالات ابتدا باید یک شکل ساده و شماتیک از بردارها رسم کنیم. (برای رسم شکل در مسایل فیزیک نیاز به دقت خیلی زیاد نیست، فقط هدف ایجاد یک طرح ساده از مساله برای کمک به حل آن است).

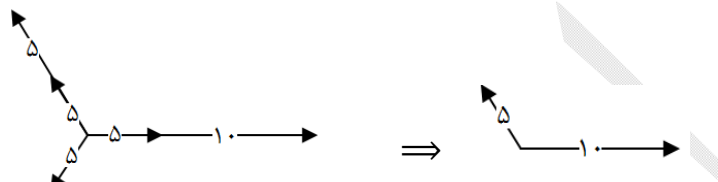
دقت شود که موقعیت این سه بردار در صفحه نسبت به محور های X و Y زوایای مختلفی می تواند داشته باشد ولی ما به دنبال ساده ترین حالت برای حل مساله هستیم، پس یکی از آن ها را موازی با محور X قرار می دهیم، با این کار برآیند دو بردار دیگر را بر حسب A و B بدست می آوریم و با بردار موازی محور X جمع برداری می کنیم.



$$\left. \begin{aligned} |R_y| &= 10 \sin 60^\circ - 5 \sin 60^\circ = \frac{5}{2} \sqrt{3} \\ |R_x| &= 15 - 10 \cos 60^\circ - 5 \cos 60^\circ = \frac{15}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow |\vec{R}| = \sqrt{\left(\frac{5}{2} \sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2} = 5\sqrt{3}$$

گزینه ۳

راه حل ۲: اگر شکل مساله را به صورت زیر در نظر بگیریم، می دانیم که سه بردار با طول ۵ و زوایای 120° صفر می شود، پس مساله به صورت دوبردار با زاویه 120° ساده می شود:

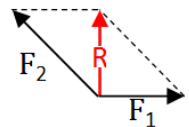


$$|\vec{R}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos 120^\circ} = \sqrt{5^2 + 10^2 + 2 \times 10 \times 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = 5\sqrt{3}$$

مثال ۴. برآیند دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ بر نیروی عمود و هم اندازه با آن است. نسبت $\left|\frac{\vec{F}_1}{\vec{F}_2}\right|$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۰).

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) ۲

جواب: ابتدا شکل ساده ای از مساله رسم می کنیم:



اگر اندازه برآیند نیروها و همچنین $\vec{F}_1$ را a بنامیم. از شکل متوجه می شویم مولفه عمودی واقعی $\vec{F}_2$ نیز a است، پس اندازه

بردار $\vec{F}_2$ را از قضیه فیثاغورث بدست می آوریم: $|\vec{F}_2| = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$ پس $\left|\frac{\vec{F}_1}{\vec{F}_2}\right| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ گزینه ۳

۲- قوانین نیوتن درباره ی حرکت

۲-۱- قانون اول نیوتن: اگر به جسمی هیچ نیرویی اثر نکند، جسم در حال سکون، ساکن می ماند و جسم در حال حرکت، به حرکت با سرعت ثابت روی خط راست تا ابد ادامه می دهد.

قانون اول نیوتن را قانون اینرسی یا لختی نیز می نامند. لختی به علاقه جسم به حفظ شرایط موجودش می گویند؛ یعنی اگر در حرکت است، حرکتش را با همان سرعت ثابت ادامه دهد و اگر ساکن است، ساکن بماند.

مثال ۵. نیرویی که لازم است تا موشکی را در فضای آزاد و دور از همه ی اجرام کیهانی همواره در حالت حرکت با سرعت بماند کدام است؟

(۱) نیرویی که برای به راه انداختن آن لازم است. (۲) صفر

(۳) وزن موشک (۴) نیرویی که متناسب با سرعت موشک است.

جواب: با توجه به این که در صورت سوال ذکر شده است به دور از همه اجرام آسمانی، یعنی نیروی گرانشی به ماهواره اعمال نمی شود و ماهواره روی یک خط راست با سرعت ثابت حرکت می کند، پس طبق قانون اول نیوتن نیرویی به آن وارد نمی شود چون ماهواره می خواهد حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ کند...بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۲-۲ قانون دوم نیوتن:

اگر به جسمی نیرویی وارد شود، جسم در راستا و جهت برآیند نیروهای وارد شتابی می گیرد که مقدار آن از رابطه زیر به دست می آید.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

قانون دوم نیوتن به بیان دیگر: **$m\vec{a} = \text{مجموع نیروهای مخالف حرکت} - \text{مجموع نیروهای موافق حرکت}$**

نکته ۳: در مسایل دینامیک که نیروها به حالت دو بعدی به جسم وارد می شود، معمولاً دو معادله نیرو می نویسیم، یکی در جهت x و

دیگری در جهت y .

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x$$

$$\sum \vec{F}_y = m\vec{a}_y$$

نکته ۴: همیشه جهت برآیند نیروها و شتاب یکسان است. در مسایلی که جهت شتاب و نیرو داده نشده است، به دلخواه یک جهت برای

شتاب یا نیرو در نظر بگیرید ولی توجه داشته باشید که این جهت مثبت نیرو، همان جهت مثبت شتاب است.

۲-۳ قانون سوم نیوتن:

برای هر نیروی اعمالی، عکس العملی وجود دارد که مقدار آن مساوی و جهتش مخالف جهت نیروی عمل است. در مورد قانون سوم نیوتن توجه به دو نکته ضروری است.

۱: دو نیروی کنش و واکنش، به دو جسم متفاوت اثر می کنند، لذا این نیروها قابل برآیند گیری نیستند.

۲: گرچه نیروهای عمل و عکس العمل مساویند ولی آثار یکسانی ندارند، چون شرایط دو جسم یکسان نمی باشد، مثلاً اگر اسب گاری را با نیروی ۱۰۰۰ نیوتن به جلو بکشد، گاری نیز اسب را با همان نیرو رو به عقب خواهد کشید. اما گاری رو به جلو حرکت می کند و اسب به عقب حرکت نخواهد کرد. علت این موضوع آن است که نیروی اعمالی به گاری برای حرکت آن کافی است ولی عکس العمل آن برای حرکت رو به عقب اسب کافی نیست و در کل شرایط دو جسم متفاوت است.

۳- انواع نیروها در دینامیک

مقدار

جهت

نیرو یک کمیت برداری است، بنابراین مانند تمام کمیت های برداری دو پارامتر دارد:

بنابراین در تمام مسایل دینامیک علاوه بر مقدار باید جهت صحیح نیرو ها را در نظر بگیریم.

۱-۳- نیروی گرانشی نیوتن:

دو جسم همواره به هم نیروی گرانشی وارد می کنند. این نیرو ربایشی است و مقدار آن از رابطه زیر بدست می آید.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

 G = ثابت جهانی گرانش که همیشه یا در صورت سوال مقدار آن داده می شود و یا در تناسب نویسی حذف می شود.

نکته ۵: این نیرو بین دو جسم مختلف صرف نظر از کوچکی و بزرگی و فاصله آن ها وجود دارد ولی اگر جرم دو جسم کم باشد و یا فاصله آن دو زیاد باشد، مقدار آن بسیار ناچیز است.

مثال ۶: دو جسم به جرم های یکسان m در فاصله ۲ نیروی گرانشی ۶۴ نیوتن به هم وارد می کنند. اگر دو کیلوگرم از جرم یکی برداریم و روی دیگری قرار دهیم نیرویی که در همان فاصله به هم وارد می کنند ۶۰ نیوتن می شود. m چند کیلوگرم است؟

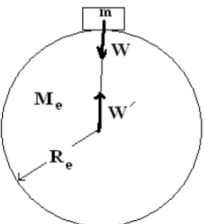
جواب: در بیشتر مسایل فیزیک از تناسب بهره می گیریم. در استفاده از روش تناسب اعداد و ثابت ها و متغیرهایی که مقدار آن در مساله مورد نظر تغییر نمی کند را از فرمول حذف می کنیم، به عبارت دیگر فقط پارامترهایی که در مساله تغییر کرده اند را در نظر می گیریم. در این مساله فقط مقدار دو جرم تغییر کرده است، پس:

$$F \propto m_1 m_2 \Rightarrow \frac{۶۴}{۶۰} = \frac{m.m}{(m-۲).(m+۲)} \Rightarrow \frac{۱۶}{۱۵} = \frac{m^2}{m^2-۴} \Rightarrow ۱۵m^2 = ۱۶m^2 - ۶۴$$

$$\Rightarrow m^2 = ۶۴ \Rightarrow \begin{cases} m = ۸ & \text{قابل قبول} \\ m = -۸ & \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

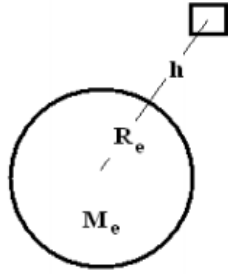
۲-۳- نیروی وزن: وزن نیروی گرانشی است که زمین به اجسام اطراف خود وارد می کند.نیروی وزن را با W نمایش می دهند. طبق قانون سوم نیوتن، عکس العمل نیروی وزن به مرکز زمین وارد می شود که درشکل با W' نشان داده شده است.

$$W = G \frac{M_e m}{R_e^2} = mg$$

 R_e : شعاع زمین M_e : جرم زمین

حاصل ضرب $G \frac{M_e}{R_e^2}$ را شتاب گرانشی زمین می گویند و با g نمایش می دهند، که برابر نیروی گرانشی وارد بر واحد جرم در سطح زمین است.

نکته ۶: اگر جسم از سطح زمین به اندازه h فاصله داشته باشد، شتاب گرانشی زمین و در نتیجه نیروی وزن کاهش خواهد یافت.



$$g = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}$$

مثال ۷: ماهواره ای در مداری که فاصله اش از سطح زمین نصف شعاع زمین است به دور زمین می چرخد. وزن ماهواره روی زمین چند برابر وزن آن در این مدار است؟

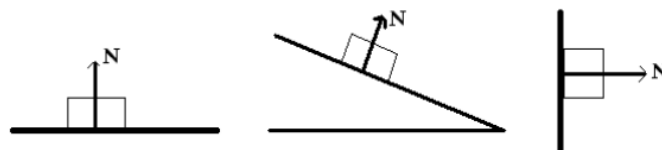
$$W \propto \frac{1}{R^2} \Rightarrow \frac{W_1}{W_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{\left(\frac{r}{2}\right)^2}{r^2} = \frac{1}{4}$$

جواب:

۳-۳- نیروی عمودی تکیه گاه:

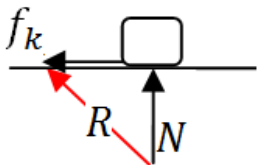
اگر جسمی به سطحی تکیه کند در سطح تماس نیروی از طرف سطح به جسم وارد می شود. این نیرو که همیشه عمود بر سطح و جهت آن به طرف جسم است، نیروی عمودی تکیه گاه نام دارد و با N نشان داده می شود.

نکته ۷: برای بدست آوردن نیروی عمودی تکیه گاه باید معادله نیرو را در راستای عمود بر تکیه گاه بنویسیم و مقدار N را بیابیم. البته در بسیاری موارد $N = W$ می باشد ولی نباید باعث شود که همیشه نیروی عمودی تکیه گاه را برابر وزن در نظر بگیرید.



نکته ۸: نیرویی را که از طرف سطح به جسم وارد می شود، R می نامیم که شامل نیروی اصطکاک (در صورت وجود اصطکاک) و نیروی عمودی سطح (تکیه گاه) است و مقدار آن از قضیه فیثاغورث به دست می آید.

$$R = \sqrt{N^2 + f_k^2}$$



۳-۴- نیروی کشسانی فنر:

اگر جسمی را به فنری متصل کنیم و فنر را بکشیم یا بفشاریم، فنر برای بازگشت به وضع تعادل نیرویی به جسم وارد می‌کند که مقدار آن از رابطه زیر بدست می‌آید و جهت آن همواره به سمت مرکز تعادل است.

$$F = K \Delta x = K(x_2 - x_1)$$

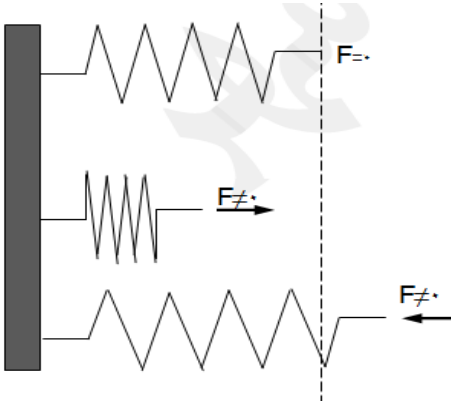
$K(N/m)$: ضریب سختی فنر و به جنس فنر بستگی دارد.

x_1 : طول اولیه

x_2 : طول ثانویه

Δx (m): تغییر طول فنر از وضعیت اولیه

جهت نیروی فنر: جهت نیروی فنر همیشه به سمت مرکز تعادل است؛ همان طور که در شکل نشان داده شده است، اگر خط چین را وضعیت تعادل فنر در نظر بگیریم، جهت نیروی فنر به راحتی قابل تشخیص است.

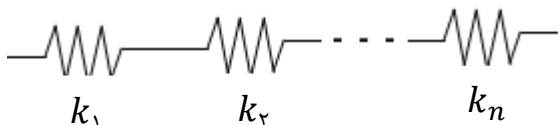


اگر بیش از یک فنر به هم اتصال داشته باشند، بسته به نوع اتصال (سری یا موازی) ضریب معادل فنرها از روش های زیر بدست می‌آید:

۱- اتصال سری یا متوالی:

در این نوع اتصال نیروی وارد بر هر یک از فنرها مقدار ثابتی است و تغییر طول فنرها برابر با مجموع تغییر طول تک تک فنرهاست. بنابراین ضریب فنر معادل به صورت جمع معکوس بدست می‌آید. (در فیزیک پارامترهای مختلفی مثل فنر، خازن و مقاومت وجود دارند که به دو صورت سری و موازی وجود دارند که همیشه برای بدست آوردن معادل، یک روش جمع معکوس و یک روش جمع مستقیم وجود دارد. هر پارامتری که به صورت معکوس جمع شود، معادل آن کوچکتر از تک تک آن ها می‌شود. توصیه می‌کنم برای کمک به یادآوری این مطلب این نکته همیشه در ذهن شما باشد که چند فنر سری را نسبت به حالت یک فنر تکی، راحت تر می‌توانیم بکشیم و افزایش طول دهیم (این مطلب را می‌توانید به صورت تجربی آزمایش کنید). پس ضریب معادل آن کم تر از ضریب هر یک از فنرهاست، بنابراین ضریب معادل به روش جمع معکوس بدست می‌آید.

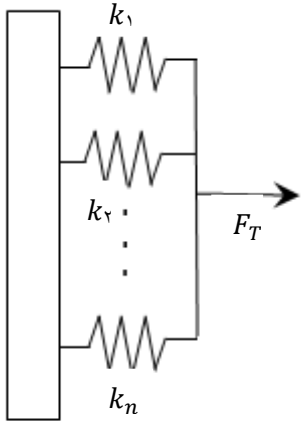
$$x_T = x_1 + x_2 + \dots + x_n \Rightarrow \frac{F}{k_T} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} + \dots + \frac{F}{k_n} \Rightarrow \frac{1}{k_T} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}$$



نکته ۹: اگر یک فنر با ضریب k را به n قسمت مساوی تقسیم کنیم، ثابت هر قطعه فنر جدید nk می‌شود.

۲- اتصال موازی: در این نوع اتصال تغییر طول هر یک از فنرها مقدار ثابتی است و نیروی معادل مجموعه فنرها برابر با مجموع نیروی تک تک فنرهاست. بنابراین ضریب فنر معادل به صورت جمع مستقیم بدست می آید. هر پارامتری که به صورت مستقیم جمع شود، معادل آن بزرگتر از تک تک آن ها می شود. توصیه می کنم برای کمک به یادآوری این مطلب این نکته همیشه در ذهن شما باشد که چند فنر موازی را نسبت به حالت یک فنر تکی، سخت تر می توانیم بکشیم و افزایش طول دهیم (این مطلب را می توانید به صورت تجربی آزمایش کنید).

$$F_T = F_1 + F_2 + \dots + F_n \Rightarrow k_T x = k_1 x + k_2 x + \dots + k_n x \Rightarrow \boxed{k_T = k_1 + k_2 + \dots + k_n}$$



مثال ۸: بر روی یک میز افقی بدون اصطکاک، جسمی به فنری متصل است و جسم با نیروی افقی F کشیده می شود. وقتی $F = 12\text{ N}$ است، طول فنر 26 سانتی متر می باشد و وقتی $F = 20\text{ N}$ شده، طول فنر 30 سانتی متر می شود. طول اولیه فنر (طول تعادل) و ضریب سختی آن چقدر است؟

جواب: چون ثابت فنر در دو حالت یکسان است، پس در تناسب حذف می شود.

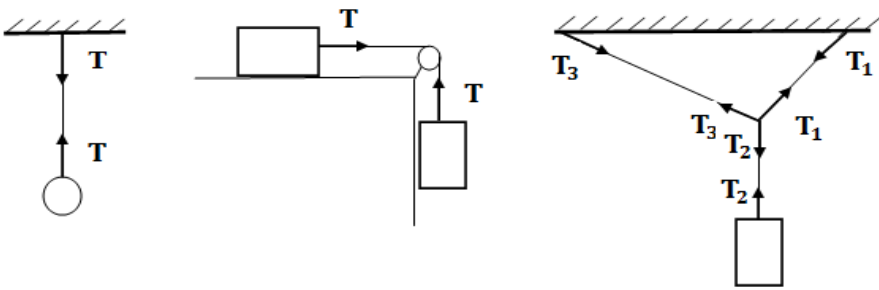
$$F \propto (x_2 - x_1) \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{(x_2' - x_1)}{(x_2 - x_1)} \Rightarrow \frac{20}{12} = \frac{(30 - x_1)}{(26 - x_1)} \Rightarrow x_1 = 20\text{ cm}$$

حال که مقدار اولیه طول فنر به دست آمد، به جایگذاری در یکی از حالات مساله مقدار K بدست می آید.

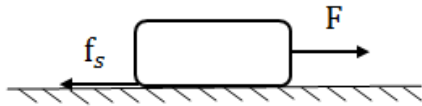
$$20 = K(30 - 20) \Rightarrow K = 2 \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 2 \frac{\text{N}}{\text{cm}} * \frac{100\text{ cm}}{\text{m}} = 200 \text{ N/m}$$

۳-۵- نیروی کشش نخ:

نخ کشیده به اجسام متصل به خود نیرویی وارد می کند تا آنها را مقید به خود نگه دارد. این نیرو در راستای نخ و جهت آن از طرف جسم به طرف نخ می باشد. این نیرو، نیروی کشش نخ نامیده می شود. اگر از جرم نخ صرف نظر کنیم نیروی کشش نخ تمام نقاط آن مساوی خواهد بود. در شکل های زیر چند نمونه نیروی کشش نخ نشان داده شده است.



۳-۶- نیروی اصطکاک

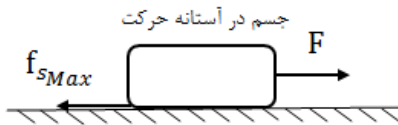


اگر مطابق شکل به جسمی نیروی F اثر کند ولی جسم حرکت نکند، نیرویی که مانع حرکت جسم است نیروی اصطکاک ایستایی نام دارد.

چون جسم ساکن است برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است، لذا:

$$f_s = F$$

یعنی نیروی اصطکاک ایستایی برابر نیرویی است که می خواهد جسم را به حرکت درآورد ولی موفق نمی شود. حال اگر نیروی F بزرگ تر شود نیروی اصطکاک ایستایی نیز افزایش می یابد، تا اینکه جسم در آستانه حرکت قرار گیرد، در این صورت نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه خواهد بود.



$$f_{smax} = F$$

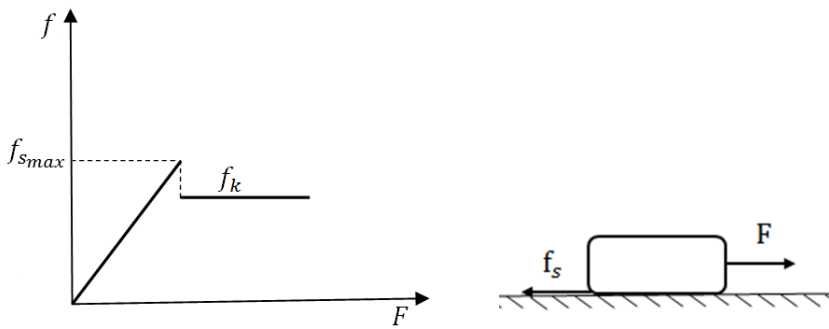
نکته ۱۰: نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه بیشترین نیروی اصطکاک ایستایی است و در موارد بسیاری نیروی اصطکاک ایستایی از مقدار بیشینه خود کمتر است و مقدار آن را از حل معادله نیرو ($\sum \vec{F} = 0$) بدست می آوریم.

نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه به نیروی عمودی تکیه گاه وابسته است و مقدار آن از رابطه زیر بدست می آید و جهت آن همیشه مخالف با برآیند نیرویی است که قصد دارد جسم را به حرکت درآورد.

$$f_{smax} = \mu_s N$$

N : نیروی عمودی تکیه گاه

نکته ۱۱: ضریب اصطکاک ایستایی از ضریب اصطکاک جنبشی بیشتر است. نمودار نیروی اصطکاک بر حسب نیروی F به صورت زیر است.

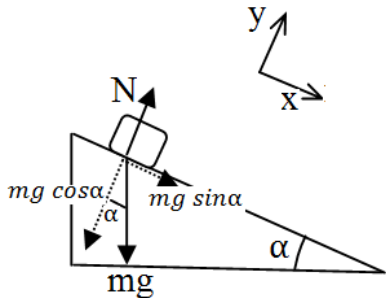


۴- برخی مسائل پر کاربرد در دینامیک

با توجه به توضیحاتی که درباره انواع نیروها داده شد، اکنون به بررسی پر کاربردترین مسائل در دینامیک می پردازیم:

۴-۱- مسائل سطح شیبدار

در این نوع مسائل، قانون دوم نیوتن را در راستای سطح شیبدار و عمود بر سطح شیبدار در نظر می گیریم. در واقع دستگاه مختصات را می چرخانیم تا به صورت شکل زیر در آید.

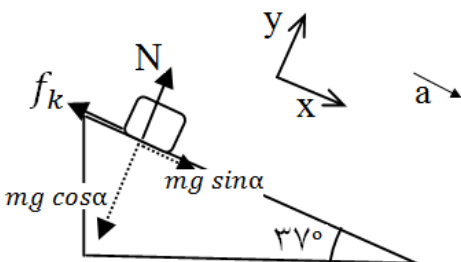


همان طور که ملاحظه می شود، مجبور شدیم تا نیروی وزن را به دو مولفه در راستای x و y تجزیه کنیم.

مثال ۹. جسمی به جرم ۲ کیلوگرم از بالای سطح شیب داری مطابق شکل از حال سکون شروع به حرکت می کند و پس از طی مسافت ۲/۵ متر، سرعتش به 2 m/s میرسد. ضریب اصطکاک جنبشی سطح کدام است؟

$$\sin 37^\circ = 0.6 \text{ و } \cos 37^\circ = 0.8 \text{ و } g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ (سراسری تجربی ۸۸) } \quad 0.35(1) \quad 0.52(2) \quad 0.65(3) \quad 0.70(4)$$

جواب: ابتدا با استفاده از معادله مستقل از زمان در مبحث سینماتیک (حرکت شناسی) مقدار شتاب را به دست می آوریم. می دانیم که جهت شتاب رو به پایین است چون جسم از حالت سکون به سمت پایین سرعت گرفته است.



$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 2^2 - 0 = 2 \times a \times 2.5 \Rightarrow a = \frac{4}{5} = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم.

اکنون رابطه قانون دوم را برای دو جهت x و y می نویسیم:

(شتاب در راستای عمود بر سطح شیب دار صفر است، چون در این راستا حرکتی نمی توانیم داشته باشیم).

$$\sum \vec{F}_x = ma \Rightarrow mg \sin \alpha - f_k = ma \Rightarrow (2 \times 10 \times 0.6) - (\mu_k N) = 2 \times 0.8$$

$$\Rightarrow \mu_k N = 10.4 \Rightarrow \mu_k = \frac{10.4}{16} = 0.65 \quad \text{گزینه ۳}$$

۲-۴-دستگاه جرم و قرقره (ماشین آتود)

ماشین آتود یک دستگاه مکانیکی بسیار مفید است که بسته به نوع آن از یک یا دو قرقره و چند وزنه با جرم های مختلف تشکیل شده است که این وزنه ها به وسیله نخ های غیر قابل ارتجاع از قرقره آویزان شده اند. نکته مهم این است که معمولاً جرم طناب ناچیز فرض می شود که معنای آن این است که نیروی کشش طناب در همه جای طناب یکسان و برابر T است.

در حل این مسائل گاهی لازم است که از فرمول ($m\vec{a} = \text{مجموع نیروهای مخالف حرکت} - \text{مجموع نیروهای موافق حرکت}$) استفاده کنیم، به این صورت که به نیروی طناب که در بین جرم ها قرار دارد کاری نداشته باشیم و فقط نیروهای وزن اجسامی که باعث حرکت مجموعه می شود را در نظر بگیریم، با این کار شتاب مجموعه به دست می آید. حال با دانستن شتاب جرم ها، می توانیم نیروی کشش طناب را به دست آوریم؛ به این صورت که یک جرم را مجزا می کنیم و معادله قانون دوم را برای آن می نویسیم. برای روشن شدن موضوع به حل چند مثال می پردازیم:

مثال ۱۰. در شکل رو به رو، اگر جرم نخ و قرقره و اصطکاک ناچیز باشد، نسبت نیروهای کشش $\frac{T}{T_1}$ چقدر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(سراسری ریاضی ۹۲). ۱/۵(۱) ۲(۲) ۲/۵(۳) ۳(۴)

جواب: ابتدا جهت حرکت وزنه ها را مشخص می کنیم، با توجه به این که مجموع دو جرم در سمت چپ، ۳۰ کیلوگرم است، پس مجموعه به سمت فلش نشان داده حرکت خواهد کرد. توجه شود که کل مجموعه یک مقدار یکسان شتاب دارد و جهت شتاب برای شاخه سمت راست به سمت بالا و برای شاخه سمت چپ به سمت پایین است.

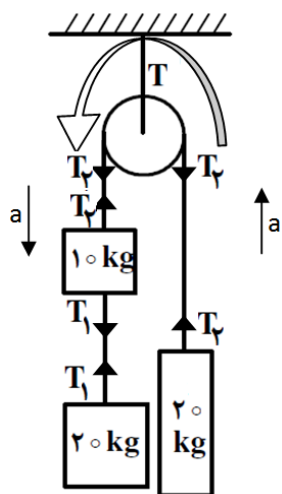
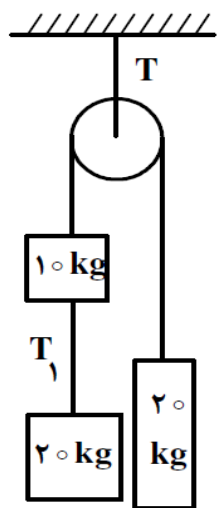
با استفاده از ($m\vec{a} = \text{مجموع نیروهای مخالف حرکت} - \text{مجموع نیروهای موافق حرکت}$) مقدار شتاب را به دست می آوریم؛ فرمول

توجه شود که در انتخاب نیروهای موافق و مخالف، نیروهای بین اجزا را به حساب نمی آوریم (مثلاً در این مثال نیروهای کشش طناب به حساب نمی آوریم) جهت حرکت مجموعه با فلش نشان داده شده است، پس نیروهای موافق با این جهت حرکت، نیروی وزن دو جرم ۱۰ و ۲۰ کیلوگرمی در سمت است و نیروی مخالف حرکت، نیروی وزن جرم ۲۰ کیلوگرمی در سمت راست است. پس:

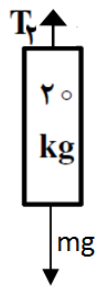
به جای m در این فرمول، مقدار کل جرم هایی را که حرکت می کنند، جایگذاری می کنیم.

$$(200 + 100) - (200) = m\vec{a} \quad m = 20 + 10 + 20 = 50 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow 100 = 50a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

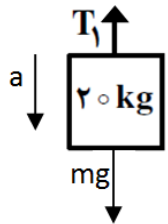


اکنون با توجه به نیروی مجهولی که می‌خواهیم به دست بیاوریم، قسمتی از جسم را مجزا می‌کنیم و معادله نیرو (قانون دوم نیوتن) را برای آن می‌نویسیم: برای این کار تمام نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم. برای به دست آوردن مقدار نیروی T_1 ، جسم ۲۰ کیلوگرمی سمت راست را انتخاب می‌کنیم و تمام نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم: (به جهت مثبت شتاب و نیروها که به سمت بالاست، دقت شود).



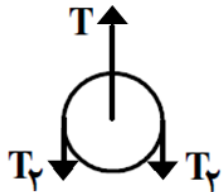
$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow T_1 - mg = ma \Rightarrow T_1 - 200 = 20 \times 2 \Rightarrow T_1 = 240 \text{ N}$$

اکنون با مجزا کردن جرم ۲۰ کیلوگرمی در سمت چپ، مقدار T_1 را به دست می‌آوریم: (به جهت مثبت شتاب و نیروها که به سمت پایین است، دقت شود).



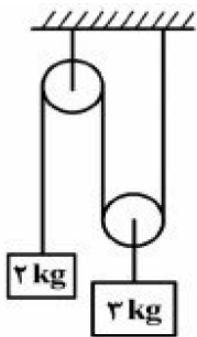
$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow mg - T_1 = ma \Rightarrow 200 - T_1 = 20 \times 2 \Rightarrow T_1 = 160 \text{ N}$$

برای به دست آوردن T ، قرقره را مجزا در نظر می‌گیریم. چون قرقره ساکن است، پس شتاب صفر است.



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m \times 0 = 0 \Rightarrow T - 2T_1 = 0 \Rightarrow T = 2 \times 240 = 480 \text{ N}$$

$$\frac{T}{T_1} = \frac{480}{160} = 3 \quad \text{گزینه ۴}$$

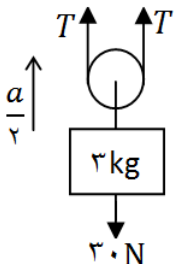
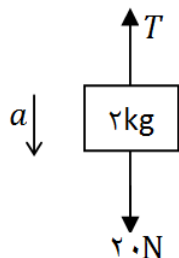


مثال ۱۱. در شکل روبه رو، جرم و اصطکاک نخ و قرقره ناچیز است. اگر سیستم از حال سکون رها شود، وزنه ی ۲ کیلوگرمی در مدت ۰/۵۵ ثانیه، چند سانتی متر جابه جا می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$). (سراسری ریاضی ۹۴). ۸۵(۴) ۵۵(۳) ۴۲/۵(۲) ۲۷/۵(۱)

جواب: کشش طناب در همه جای آن یکسان و برابر با T است. نکته حائز اهمیت این است که چون قرقره وزنه ۳ کیلوگرمی متحرک است، پس جابجایی وزنه ۳ کیلوگرمی نصف وزنه ۲ کیلوگرمی است، پس شتاب آن نیز نصف وزنه ۲ کیلوگرمی است.

حال نیروها وارد بر هر وزنه را رسم می‌کنیم، توجه داشته باشید به دلیل متحرک بودن قرقره ی وزنه ۳ کیلوگرمی، نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم و در حقیقت قرقره و وزنه ۳ کیلوگرمی را یکپارچه در نظر می‌گیریم.

جهت شتاب را حدس زدیم، اگر مقدار آن مثبت به دست آمد، یعنی جهت انتخابی مان درست است.



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow 20 - T = 2a$$

قانون دوم نیوتن برای جسم ۲ کیلوگرمی:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow 2T - 30 = 3 \times \frac{a}{2}$$

قانون دوم نیوتن برای جسم ۳ کیلوگرمی:

حال به دو معادله و دو مجهول رسیدیم و آن را حل می‌کنیم.

$$\times 2 \begin{cases} 20 - T = 2a \\ 2T - 30 = \frac{3a}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40 - 2T = 4a \\ 2T - 30 = \frac{3a}{2} \end{cases} \Rightarrow T \Rightarrow 10 = \frac{11a}{2} \Rightarrow a = \frac{20}{11} \frac{m}{s^2}$$

با جمع دو معادله، از معادلات حذف می شود

اکنون با استفاده از معادله مکان مقدار جابجایی جسم ۲ کیلوگرمی را در مدت ۵۵/۰ ثانیه می یابیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v.t + x. \Rightarrow x - x. = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times \frac{20}{11} \times \left(\frac{55}{100}\right)^2 = 27/5 \times 10^{-2} m = 27/5 cm$$

گزینه ۱

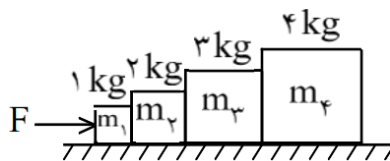
۳-۴-مسایل تشکیل شده از چند جرم مختلف

در این گونه مسایل ابتدا مجموعه جرم ها را یکپارچه در نظر می گیریم و نیروهای خارجی وارد بر مجموعه را رسم می کنیم. در این حالت نیروهای داخلی بین جرم ها را در نظر نمی گیریم. با نوشتن قانون دوم، شتاب مجموعه را به دست می آوریم. اکنون با توجه به مجهول مساله هر کدام از جرم ها را که نیاز باشد، مجزا در نظر می گیریم و با توجه به شتاب به دست آمده از قسمت قبل، نیروی مجهول را به دست می آوریم. نکته حائز اهمیت این است که برای تک تک جرم ها جهت و مقدار شتاب یکسان خواهد بود. با حل چند نمونه تست این مطلب نشان داده خواهد شد:

مثال ۱۲. چهار وزنه ۱ و ۲ و ۳ و ۴ کیلوگرمی مطابق شکل مقابل روی یک سطح افقی صیقلی قرار دارند. نیروی

افقی $F=20N$ بر m_1 اثر می کند، نیرویی که وزنه m_2 بر m_3 وارد می کند، چند نیوتن است؟ **(سراسری)**

تجربی (۸۱). ۸(۱) ۱۴(۲) ۱۸(۳) ۲۰(۴)



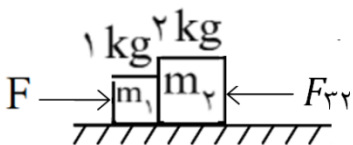
جواب: ابتدا مجموعه را به صورت یک جسم یکپارچه به جرم 10 کیلوگرم ($4+3+2+1=10$) در نظر می گیریم. چون سطح صیقلی است، پس اصطکاک

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow 20 = 10a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

نداریم و تنها نیروی خارجی افقی وارد بر جرم یکپارچه 10 کیلوگرمی، نیروی F است:

چون جهت مثبت نیروها را جهت مثبت محور x در نظر گرفتیم (از آن جایی که F در جهت مثبت محور x است و در رابطه قانون دوم مثبت نوشته شده است)، پس جهت شتاب نیز در جهت مثبت محور x است.

چون نیرویی که وزنه m_2 بر m_3 وارد می کند، مجهول مساله است، پس مجموعه m_1 و m_2 را مجزا می کنیم و نیروهای وارد بر آن را رسم می کنیم. (F_{32} نیرویی است که جسم ۳ به جسم ۲ وارد می کند).



جهت شتاب جسم ۱ و ۲ نیز در جهت مثبت محور x است. در معادله نیز به جای m مجموع جرم جسم ۱ و ۲

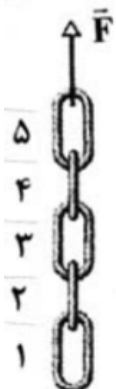
$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F - F_{32} = 3 \times 2 \Rightarrow 20 - F_{32} = 6 \Rightarrow F_{32} = 14N$$

گزینه ۲

مثال ۱۳. مطابق شکل، یک زنجیر که از ۵ حلقه مشابه تشکیل شده و جرم هر حلقه ۲۰۰ گرم است، توسط نیروی F با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$

و حرکت تند شونده، روبه بالا کشیده می شود، اندازه نیروی F و اندازه نیرویی که دو حلقه ۴ و ۵ بر یکدیگر وارد می کنند، به ترتیب

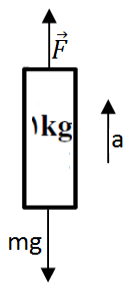
هر کدام چند نیوتن است؟ **(سراسری ریاضی ۹۰).** ۱۰(۱) و ۲ ۱۲(۲) و ۲/۴ ۱۰(۳) و ۸ ۴(۴) و ۱۲ و ۹/۶



جواب: چون حرکت تند شونده است پس حاصلضرب سرعت در شتاب مثبت است ($av > 0$) و چون جهت حرکت به سمت بالاست، پس جهت شتاب

نیز به سمت بالاست. چون مساله جهت شتاب را رو به بالا تعیین کرده است، پس ما مجبور جهت مثبت شتاب و نیروها را به سمت بالا

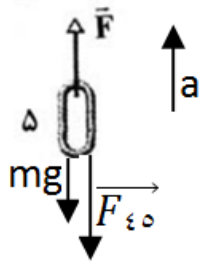
بگیریم. اکنون مجموعه را یکپارچه در نظر می گیریم و نیروهای خارجی وارد بر آن را رسم می کنیم:



حال حلقه ۵ را مجزا می کنیم. توجه داشته باشید که اگر مجموعه حلقه های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ را مجزا بگیریم، باز هم به جواب یکسان می رسیم. فقط

باید توجه داشت که جهت F_{45} به سمت پایین است (چون بدیهی است که حلقه ۴ مایل است حلقه ۵ را به سمت پایین بکشد)،

ولی جهت F_{54} به سمت بالاست (قانون سوم نیوتن صدق می کند).

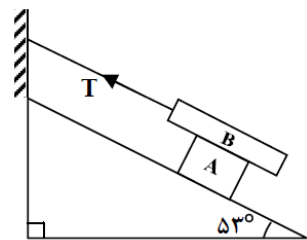


$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} - mg - \vec{F}_{45} = ma \Rightarrow 12 - (0.2 \times 10) - \vec{F}_{45} = 0.2 \times 2 \Rightarrow \vec{F}_{45} = 9.6\text{N}$$

گزینه ۴

۴-۴- مسایل شامل دو جسم روی هم با در نظر گرفتن اصطکاک بین دو جسم

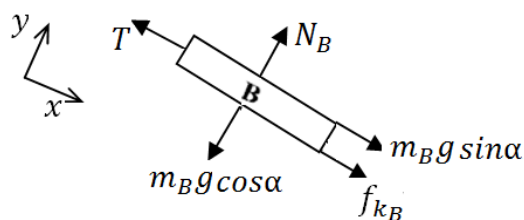
در این گونه مسایل اگر دو جسم نسبت به هم حرکتی نداشته باشند، می توان مثل قسمت قبل به حل مساله پرداخت. ولی اگر دو جسم نسبت به هم حرکت داشته باشند، مجاز نیستیم دو جسم را یکپارچه در نظر بگیریم. در این تیپ مسایل شتاب هر جسم از لحاظ جهت و مقدار از هم مستقل هستند. در ادامه حل چند مساله از این دست را می بینیم.



مثال ۱۴. در شکل مقابل جسم A روی سطح شیب دار با سرعت ثابت به پایین می لغزد. اگر جرم جسم A، ۲ برابر

جرم جسم B باشد و ضریب اصطکاک جنبشی در کلیه سطوح برابر باشد، نیروی کشش نخ T چند برابر وزن جسم A

است؟ ($\sin 53^\circ = 0.8$). (سراسری ریاضی ۸۷) ۰/۴ (۱) ۰/۶ (۲) ۰/۸ (۳) ۰/۲ (۴)



جواب: جسم B به دلیل بسته شدن با طناب ساکن است و شتاب آن صفر است. نیروهای وارد بر

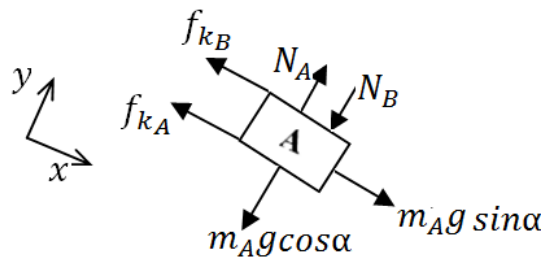
جسم B را رسم می کنیم:

اگر جرم جسم A را m در نظر بگیریم، جرم B برابر $\frac{m}{4}$ خواهد بود.

$$\sum \vec{F}_y = ma = 0 \Rightarrow N_B - m_B g \cos \alpha = 0 \Rightarrow N_B = m_B g \cos \alpha = \frac{1}{4} mg \times 0.6 = 0.15 mg$$

$$\sum \vec{F}_x = ma = 0 \Rightarrow m_B g \sin \alpha + f_{kB} - T = 0 \Rightarrow T = \left(\frac{1}{4} m \times g \times 0.8 \right) + (\mu_k N_B) \quad (1)$$

حال نیروهای وارد بر جسم A را رسم می کنیم. توجه داشته باشید چون N_B نیروی عمودی تکیه وارد بر B از جانب A است، پس طبق قانون سوم نیوتن عکس العمل آن از طرف جسم B به جسم A وارد می شود.



(چون سرعت جسم A ثابت است پس شتاب آن صفر است)

$$\sum \vec{F}_y = ma = 0 \Rightarrow N_A - N_B - m_A g \cos \alpha = 0 \Rightarrow N_A = m_A g \cos \alpha + N_B = mg \times 0/6 + 0/3 mg = 0/9 mg$$

$$\sum \vec{F}_x = ma = 0 \Rightarrow m_A g \sin \alpha - f_{kB} - f_{kA} = 0 \Rightarrow (m \times g \times 0/8) - (\mu_k N_B) - (\mu_k N_A) = 0$$

$$0/8 mg - 0/3 \mu_k mg - 0/9 \mu_k mg = 0 \Rightarrow \mu_k = \frac{0/8}{1/2} = \frac{2}{3}$$

حال مقدار μ_k را در رابطه (۱) جایگذاری می کنیم:

$$T = 0/4 mg + \left(\frac{2}{3} \times 0/3 mg \right) = 0/6 mg$$

اکنون نسبت T به mg (وزن جسم A) را به دست می آوریم:

$$\frac{T}{mg} = \frac{0/6 mg}{mg} = 0/6$$

گزینه ۲

۵- تکانه

تکانه یا اندازه حرکت برابر است با حاصل ضرب جرم در سرعت. از آن جا که جرم یک کمیت اسکالر است و سرعت یک کمیت برداری؛ پس حاصلضرب این دو، کمیتی برداری است؛ پس تکانه برداری است که مقدار آن از ضرب جرم در مقدار سرعت به دست می آید و جهت آن هم جهت با بردار سرعت است. واحد تکانه در SI به صورت $\frac{kg.m}{s}$ است.

$$\vec{P} = m \vec{v}$$

۵-۱- رابطه قانون دوم نیوتن و تکانه

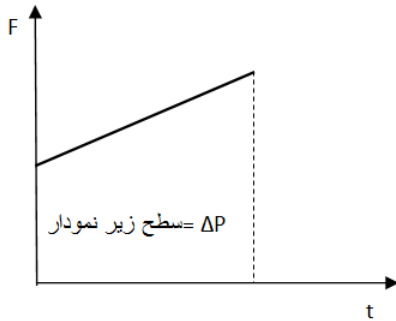
$$\vec{F} = m \vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dm\vec{v}}{dt} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}}$$

بنابراین با مشتق گرفتن از رابطه P برحسب t مقدار نیرو به دست می آید.

همان طور که می دانیم در مشتق تغییرات لحظه ای متغیر در نظر گرفته می شود، اگر تغییرات متوسط را در نظر بگیریم، فرمول فوق به صورت زیر در می آید:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$$

نکته ۱۲: سطح زیر نمودار نیرو-زمان برابر با تغییرات تکانه خواهد بود.



$$\Delta \vec{P} = \vec{F} \Delta t = \text{سطح زیر نمودار}$$

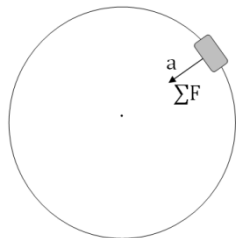
۲-۵- رابطه انرژی جنبشی و تکانه

$$k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{P^2}{2m}$$

۶- دینامیک حرکت دایره ای

همان طور که در مبحث سینماتیک حرکت دایره ای در جزوه سینماتیک مطرح شد، حرکت جسم بر روی محیط یک دایره با سرعت ثابت را حرکت دایره ای گویند. بردار سرعت همیشه بر محیط دایره (مسیر حرکت) مماس است. در این نوع حرکت، سرعت تغییر مقدار نخواهد داشت ولی تغییر جهت سرعت را شاهد هستیم، بنابراین حرکت شتاب دار است. شتاب حرکت دایره ای را شتاب جانب مرکز می نامیم، دلیل این نامگذاری آن است که جهت آن به سمت مرکز دایره مسیر است. می دانیم جهت شتاب همان جهت برآیند نیروهاست. پس **جهت مثبت شتاب و نیروها را همیشه به سمت مرکز انحنای مسیر (مرکز مسیر دایره ای) در نظر می گیریم.**

برآیند نیروهای وارد بر جسم را نیروی جانب مرکز می نامیم زیرا همان طور که در شکل نشان داده شده است جهتش هم جهت با شتاب جانب مرکز، به سمت مرکز دایره است.



$$\text{نیروی جانب مرکز} = \Sigma F = ma = m \frac{v^2}{r} = mr\omega^2$$

$$\text{شتاب جانب مرکز} = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

نکته ۱۳: در حرکت دایره ای مقدار شتاب مرکزگرا ثابت است ولی جهت آن دائم در حال تغییر است.

مثال ۱۵. ذره ای حرکت دایره ای یکنواخت، در صفحه XOY در جهت پادساعتگرد انجام می دهد و دوره حرکتش ۴s است. اگر در لحظه ای بردار

شتاب ذره $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$ باشد، ۱/۵ ثانیه بعد، بردار شتاب ذره کدام است؟ (اندازه ها در SI می باشد). (سراسری ریاضی ۹۴).

$$(۱) -2\vec{i} + 2\vec{j} \quad (۲) 2\vec{i} + 2\vec{j} \quad (۳) -2\sqrt{2}\vec{j} \quad (۴) 2\sqrt{2}\vec{j}$$

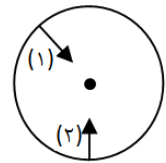
جواب: بردار شتاب در لحظه داده شده را رسم می کنیم.

از آن جا که دوره حرکت داده شده است، تغییر زاویه بردار شتاب را در مدت ۱/۵ ثانیه، با نوشتن تناسب ساده زیر، می توانیم به دست آوریم.

T	2π	$\Rightarrow$	$\frac{\pi}{2}$	2π	$\Rightarrow$	$\Delta\phi = \frac{3\pi}{2}$
t	$\Delta\phi$		$1/5$	$\Delta\phi$		

$$\tan\phi = \frac{a_y}{a_x} \Rightarrow \tan\phi_1 = \frac{-2}{2} \Rightarrow \phi_1 = \frac{3\pi}{4}$$

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 \Rightarrow \frac{3\pi}{2} = \phi_2 - \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \phi_2 = \frac{3\pi}{4}$$



ϕ_1 : زاویه ای که شتاب در حالت اول با محور X می سازد.

ϕ_2 : زاویه ای که شتاب در حالت دوم با محور X می سازد.

چون مقدار شتاب ثابت است، پس: $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2|$

$$|\vec{a}_1| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2}$$

با توجه به مقدار شتاب و جهت آن که در شکل نشان داده شد، گزینه ۳ صحیح است.

۱-۶- ماهواره ها

نیروی جانب مرکز در ماهواره همان نیروی گرانشی بین ماهواره و سیاره (معمولا کره زمین) است که از رابطه $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ به دست می آید. اگر m_1 را جرم ماهواره و m_2 را جرم سیاره در نظر می گیریم.

$$\Sigma F = m_1 \frac{v^2}{r} \Rightarrow \boxed{G \frac{m_1 M_e}{r^2} = m_1 \frac{v^2}{r} = m_1 r \omega^2} \Rightarrow v^2 \propto \frac{1}{r}, \quad \omega^2 \propto \frac{1}{r^3}$$

دقت شود که r فاصله بین ماهواره تا مرکز سیاره است.

مثال ۱۶. ماهواره های A و B به دور زمین می چرخند. جرم ماهواره ی A، $\frac{4}{5}$ جرم ماهواره ی B است. اگر بزرگی تکانه ی دو ماهواره با هم برابر

باشد، شعاع مدار ماهواره ی B چند برابر شعاع مدار ماهواره ی A است؟ (سراسری تجربی ۹۲). (۱) ۲۰ (۲) ۸۰ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{16}{25}$

$$P_A = P_B \Rightarrow m_A V_A = m_B V_B \Rightarrow \frac{4}{5} m_B V_A = m_B V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{5}{4}$$

$$v^2 \propto \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{V_A^2}{V_B^2} = \frac{r_B}{r_A} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{25}{16} \quad \text{گزینه ۴}$$

مثال ۱۷. ماهواره ای به جرم m روی مداری به شعاع r به دور زمین می چرخد. دوره ی گردش ماهواره متناسب با کدام است؟ (R_e شعاع زمین

$$\text{است). (سراسری تجربی خارج کشور ۹۰).} \quad \frac{R_e}{r} \quad \frac{r}{m} \quad r^{\frac{3}{2}} \quad r^{\frac{2}{3}}$$

$$G \frac{m_1 m_2}{r^2} = m_1 r \omega^2, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T^2 \propto r^3 \Rightarrow T \propto r^{\frac{3}{2}} \quad \text{گزینه ۲}$$

۷- مراحل حل مسائل دینامیک

۱- ابتدا باید جسمی که قصد بدست آوردن نیروی وارد بر آن را داریم، از سایر اجسام مجزا کنیم.

تبصره: اگر بیش از یک جسم داشته باشیم که به وسیله فنر یا طناب یا تماس بین دو جسم به هم ارتباط داشته باشند (جسم مرکب)، در این صورت معمولاً به این صورت عمل می کنیم که ابتدا مجموعه اجسام را یک پارچه در نظر می گیریم و مانند یک جسم با آن رفتار می کنیم و برای آن معادله نیرو می نویسیم و شتاب مجموعه را به دست می آوریم، سپس جسم مورد بررسی را که در آن نیروی مجهول وجود دارد، مجزا می کنیم.

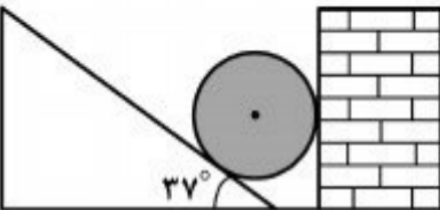
۲- کلیه نیروهای خارجی وارد بر جسم را رسم می کنیم. دقت شود هیچ نیرویی فراموش نشود. نیروهای داخلی ناشی در ایجاد شتاب در جسم ندارند و بنابراین در نظر گرفته نمی شود.

۳- دو جهت مناسب (X و Y) عمود بر هم جهت نوشتن معادلات نیرو در نظر می گیریم.

۴- معادلات نیرو را می نویسیم و با حل آن ها مجهولات مساله را می یابیم.

۸- تست های کنکور با پاسخ تشریحی

۱- در شکل زیر، واکنش دیوار قائم روی جسم کروی R و واکنش سطح شیبدار روی جسم R' است. اگر اصطکاک ناچیز فرض شود و جرم جسم 40 کیلوگرم باشد، مقادیر R و R' به ترتیب از راست به چپ چند نیوتن است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$) و $g = 10 \text{ N/kg}$. (سراسری تجربی ۹۴)



(۴) صفر و 400

(۳) صفر و 500

(۲) 300 و 400

(۱) 300 و 500

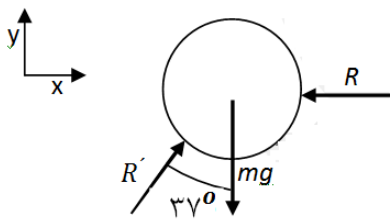
جواب:

مرحله ۱: جسم کروی را مجزا می کنیم .

مرحله ۲: کلیه نیروهای خارجی وارد بر آن را رسم می کنیم.

مرحله ۳: دو محور X و Y را در این مساله بصورت افقی و قائم در نظر می گیریم، چون اکثر نیروها در این دو

راستا وجود دارند



مرحله ۴: معادلات نیرو را در دو راستای X و Y می نویسیم. چون جسم در حال سکون است پس شتاب در هر دو

راستا صفر است.

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x \Rightarrow R' \sin 37^\circ - R = 0 \Rightarrow R = 0.6 R'$$

بدون حل بقیه مساله می توان گزینه صحیح را انتخاب کرد، چون تنها گزینه ای که در رابطه بالا صدق می کند، گزینه ۱ است. برای تکمیل حل ادامه می دهیم:

$$\sum \vec{F}_y = m\vec{a}_y \Rightarrow R' \cos 37^\circ - mg = 0 \Rightarrow R' = \frac{400}{0.8} = 500 \text{ N}$$

$$\Rightarrow R = 0.6 \times 500 = 300 \text{ N}$$

۲-جسمی به جرم 4 kg از پایین یک سطح شیب دار بدون اصطکاک که با سطح افق زاویه α می سازد، با سرعت اولیه $4 \frac{m}{s}$ روی سطح به طرف بالا پرتاب می شود. اگر سرعت جسم پس از 0.5 s به صفر برسد، بزرگی نیرویی که جسم به سطح وارد می کند، چند نیوتن است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$).

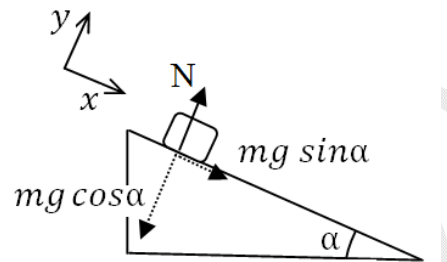
(سراسری ریاضی ۹۴) ۳۲(۱) ۲۴(۲) ۸(۳) ۶(۴)

جواب: در برخی مسایل ترکیبی از دینامیک و سینماتیک وجود دارد، به این صورت که باید بین دینامیک و سینماتیک مساله به وسیله شتاب ارتباط برقرار کرد؛ یعنی باید با استفاده از دینامیک یا سینماتیک شتاب را به دست آورد و سپس با استفاده از شتاب، حل را ادامه داد.

در این مساله با استفاده از داده های مساله با استفاده از سینماتیک ابتدا شتاب را به دست می آوریم:

$$V = at + V_0 \Rightarrow 0 = 0.5a + 4 \Rightarrow a = -8 \frac{m}{s^2}$$

شکل ساده ای از مساله رسم می کنیم و نیروهای وارد بر آن را رسم می کنیم:



$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x \Rightarrow mg \sin \alpha = ma \Rightarrow g \sin \alpha = a \Rightarrow \sin \alpha = 0.8$$

نیرویی که جسم به سطح وارد می کند R است (طبق نکته ۸)، که چون اصطکاک صفر است، پس نیرویی که جسم به سطح وارد می کند، همان N است.

$$\sum \vec{F}_y = ma = 0 \Rightarrow N - mg \cos \alpha = 0 \Rightarrow N = mg \cos \alpha$$

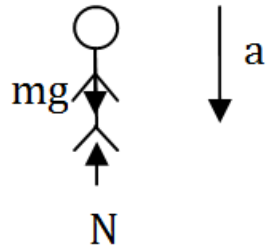
مقدار $\cos \alpha$ از رابطه $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ به دست می آید.

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha + 0.8^2 = 1 \Rightarrow \cos \alpha = 0.6$$

$$N = mg \cos \alpha = 4 \times 10 \times 0.6 = 24 \text{ N} \quad \text{گزینه ۲}$$

۳- شخصی به جرم 80 kg درون آسانسوری قرار دارد. در لحظه ای که آسانسور با شتاب ثابت 2 m/s^2 تند شونده رو به پایین حرکت می کند، نیرویی که از طرف شخص به آسانسور وارد می شود، چند نیوتن است؟

(۱) ۹۶۰ (۲) ۱۶۰ (۳) ۸۰۰ (۴) ۶۴۰



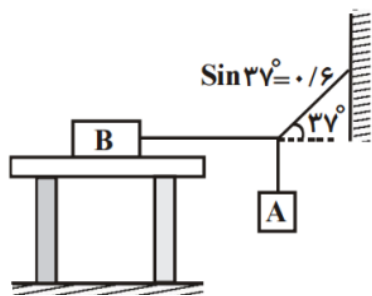
جواب: در این سوال چون جهت شتاب ذکر شده، ما مجاز به انتخاب دلخواه جهت شتاب نیستیم و همان جهت شتاب ذکر شده در مساله را باید جهت مثبت شتاب و نیروها در نظر گرفت. چون آسانسور با شتاب تند شونده رو به پایین حرکت می کند، پس جهت شتاب به سمت پایین است. نیرویی که از طرف شخص به آسانسور وارد می شود، برابر است با نیروی که آسانسور به شخص وارد می شود که در واقع همان نیروی عمودی تکیه گاه است. نیروهای وارد بر شخص در آسانسور را رسم می کنیم.

حال معادله نیرو را برای شکل می نویسیم:

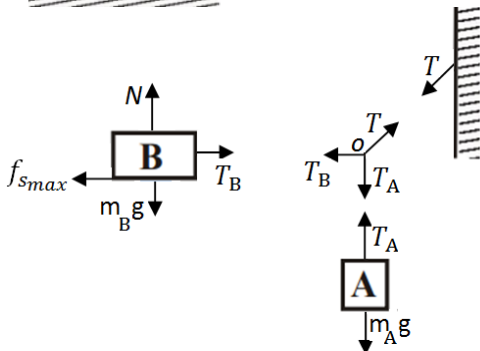
$$\sum \vec{F}_y = m\vec{a}_y \Rightarrow mg - N = ma \quad 800 - N = 160 \Rightarrow N = 640 \text{ (N)} \quad \text{گزینه ۴}$$

۴- در شکل مقابل، وزن جسم B برابر ۶۰۰ نیوتن است و ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم B و میز ۰/۵ است. حداکثر وزن جسم A چند نیوتن باشد تا سیستم ساکن بماند؟ (از جرم نخ ها صرف نظر شود). (سراسری ریاضی خارج کشور ۸۷).

(۱) ۱۵۰ (۲) ۲۲۵ (۳) ۳۰۰ (۴) ۴۰۰



جواب: ابتدا شکل ساده ای از مساله و نیروها را رسم می کنیم.



جسم B را مجزا در نظر می گیریم و قانون دوم را در دو راستای x و y برای آن می نویسیم.

$$\sum \vec{F}_y = m_B \vec{a}_y = 0 \Rightarrow N - m_B g = 0 \Rightarrow N = 600 \text{ N}$$

$$\sum \vec{F}_x = m_B \vec{a}_x = 0 \Rightarrow T_B - f_{smax} = 0$$

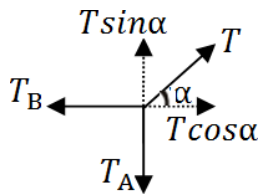
$$f_{smax} = \mu_s N = 0.5 \times 600 = 300 \text{ N}$$

$$T_B = f_{smax} = 300 \text{ N}$$

حال جسم A را مجزا در نظر می گیریم. چون تمامی نیروها در جسم A فقط در راستای y است، پس:

$$\sum \vec{F}_y = m_A \vec{a}_y = 0 \Rightarrow T_A - m_A g = 0 \Rightarrow T_A = m_A g$$

برای نقطه O قانون دوم را در دو راستای x و y می نویسیم؛ برای این کار ابتدا لازم است نیروی T را به دو مولفه در راستای x و y تجزیه کنیم.



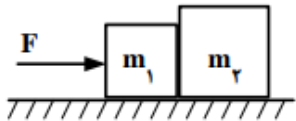
چون سیستم در حال تعادل است، پس به طور شتاب در هیچ جهتی شتاب نداریم.

$$\sum \vec{F}_x = 0 \Rightarrow T \cos \alpha - T_B = 0 \Rightarrow T = \frac{T_B}{\cos 37} = \frac{300}{0.8} = 375 \text{ N}$$

$$\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow T_A = T \sin \alpha \Rightarrow T_A = 375 \times 0.6 = 225 \text{ N}$$

$$T_A = m_A g \Rightarrow W_A = m_A g = 225 \text{ N} \quad \text{گزینه ۲}$$

۵- مطابق شکل زیر نیروی F به جسم m_1 وارد می شود و مجموعه با شتاب ثابت شروع به حرکت می کند. ضریب اصطکاک جنبشی هر یک از دو



جسم با سطح افقی برابر μ_k است. اگر در همین حالت که نیروی F وارد می شود، ضریب اصطکاک جنبشی هر یک از دو جسم با سطح افقی نصف شود، نیرویی که دو جسم به هم وارد می کنند، چند برابر می شود؟ (سراسری)

ریاضی ۹۳. $1(1) \quad \frac{1}{2}(2) \quad \frac{1}{4}(3) \quad 2(4)$

جواب: ابتدا مجموعه دو جسم را یک جسم واحد در نظر می گیریم:

$$N = (m_1 + m_2)g \quad \text{از نوشتن معادله نیروها در راستای قائم نتیجه می دهد:}$$

نکته: با توجه به این که مساله به صورت پارامتری حل می شود پس ما می توانیم $m_1 = m_2$ در نظر بگیریم و حتی می توانیم هر کدام از جرم ها را برای راحتی محاسبات برابر یک کیلوگرم در نظر بگیریم.

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_x = m \vec{a}_x &\Rightarrow F - \mu_k N = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} - \mu_k \frac{N}{m_1 + m_2} = \frac{F}{m_1 + m_2} - \mu_k \frac{(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2} \\ &\Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} - \mu_k g \end{aligned}$$

حال جسم m_2 را مجزا می کنیم:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_x = m_2 \vec{a}_x &\Rightarrow F_{12} - f_{k2} = m_2 a \Rightarrow F_{12} - \mu_k m_2 g = m_2 a \Rightarrow F_{12} = m_2 a + \mu_k m_2 g \\ &\Rightarrow F_{12} = m_2 \left(\frac{F}{m_1 + m_2} - \mu_k g \right) + \mu_k m_2 g = \frac{F m_2}{m_1 + m_2} - \mu_k m_2 g + \mu_k m_2 g \\ &\Rightarrow F_{12} = \frac{F m_2}{m_1 + m_2} \end{aligned}$$

همان طور که در رابطه بالا ملاحظه می شود، چون μ_k برای دو تا جسم یکسان است، نیروی بین دو جسم به μ_k وابسته نیست، پس گزینه ۱ صحیح است.

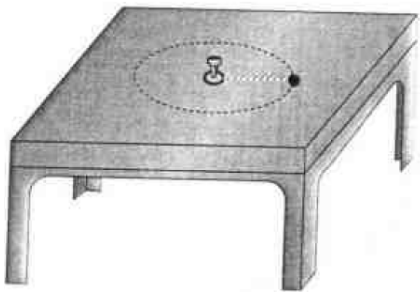
۹- تست های کنکور حل نشده

۱- جسمی به جرم m روی سطح شیب داری که با افق زاویه α می سازد، با سرعت ثابت V_0 به طرف پایین می لغزد. اگر این جسم با همان سرعت اولیه V_0 ، مماس بر سطح به طرف بالا پرتاب شود، چه مدت طول می کشد تا روی سطح متوقف شود؟ (سراسری تجربی ۹۴).

(۱) $\frac{V_0}{g}$ (۲) $\frac{V_0}{2g}$ (۳) $\frac{V_0}{g \sin \alpha}$ (۴) $\frac{V_0}{2g \sin \alpha}$

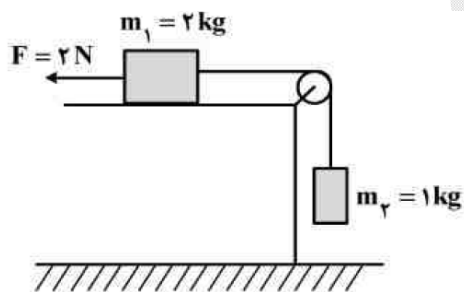
حل:

۲- در شکل رو به رو، مهره ای به جرم 200 گرم به نخ بسته شده و انتهای دیگر نخ به حلقه ای بسته شده است. اگر مهره روی میز بدون اصطکاک در یک مسیر دایره ای به شعاع 25cm در هر ثانیه یک دور بزند، نیروی کشش نخ چند نیوتن است؟ ($\pi = \sqrt{10}$). (سراسری تجربی خارج کشور ۹۴).



(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

حل:



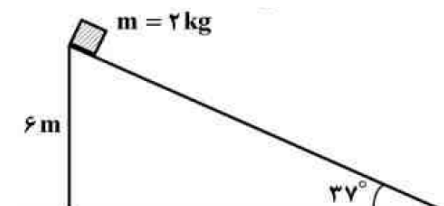
۳- در شکل رو به رو، جسم m_2 در آستانه ی حرکت رو به پایین است. نیروی افقی F را چند نیوتن افزایش دهیم تا وزنه m_2 در آستانه ی حرکت رو به بالا قرار گیرد؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$). (سراسری تجربی خارج کشور ۹۴).

(۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) ۸

حل:

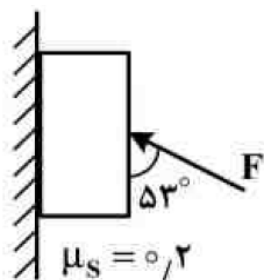
۴- در شکل روبرو، جسم از بالاترین نقطه ی سطح شیب دار بدون سرعت اولیه رها می شود. اگر نیروی اصطکاک جنبشی در طول مسیر 4N باشد،

سرعت جسم لحظه ی رسیدن به پایین سطح چند متر بر ثانیه خواهد شد؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$) و $g = 10 \text{ m/s}^2$. (سراسری تجربی خارج کشور ۹۴).



(۱) $4\sqrt{5}$ (۲) $4\sqrt{10}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{10}$

حل:



۵- در شکل رو به رو، به جسمی به وزن 20 N که به دیوار قائم تکیه دارد، نیروی F وارد می شود. بیشترین مقدار F در حالتی که جسم به حال سکون بماند، چند نیوتن است؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$). (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۴).

$$\frac{500}{19}(1) \quad \frac{500}{11}(2) \quad \frac{200}{19}(3) \quad \frac{200}{11}(4)$$

حل:

۶- زنجیری شامل ۵ حلقه ی مشابه که جرم هر کدام 100 g است، با نیروی $F = 100\text{ N}$ در راستای قائم به بالا کشیده می شود. اگر برآیند

نیروهای وارد بر بالاترین حلقه F' و برآیند نیروهای وارد بر پایین ترین حلقه F'' باشد، نسبت $\frac{F'}{F''}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۴)

$$4(4) \quad 3(3) \quad \frac{1}{3}(2) \quad 1(1)$$

حل:

۷- ذره ای در حال حرکت یکنواخت روی دایره ای به شعاع $r = 2\text{ m}$ در صفحه xoy است. اگر بردار شتاب آن در SI در یک لحظه $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$

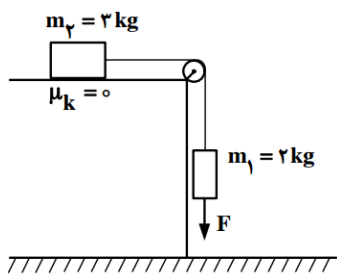
باشد. بزرگی سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟ (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۴). $5(1) \quad 10(2) \quad \sqrt{5}(3) \quad \sqrt{10}(4)$

حل:

۸- جسمی به جرم 50 g از ارتفاع 60 m متری رها می شود و در لحظه ای، سرعت آن به $14\frac{m}{s}$ می رسد و یک ثانیه پس از آن، سرعت جسم به $23\frac{m}{s}$

می رسد. تغییر تکانه جسم در این یک ثانیه، چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟ (سراسری تجربی ۹۳). $\frac{9}{20}(1) \quad \frac{9}{10}(2) \quad \frac{23}{20}(3) \quad \frac{23}{10}(4)$

حل:



۹- در شکل روبه رو، نیروی قائم F که توسط یک طناب بر وزنه وارد می شود، چند برابر وزن وزنه m_1 باشد، تا

وزنه m_1 با شتاب g (شتاب گرانش) پایین بیاید؟ (سراسری تجربی ۹۳). (۱) صفر (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{7}{2}$

حل:

۱۰- ماهواره ای به جرم m در ارتفاع h از سطح زمین به دور آن می چرخد. اگر نیروی مرکز گرای ماهواره $\frac{1}{16}$ وزن ماهواره در سطح زمین باشد،

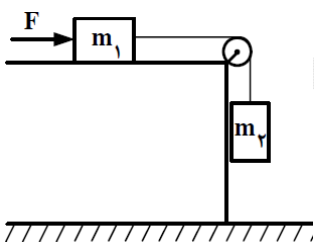
ارتفاع h چند برابر شعاع زمین است؟ (سراسری تجربی ۹۳) (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۹ (۴) ۱۶

حل:

۱۱- معادله ی تکانه ی جسمی به جرم $۰/۵$ کیلوگرم در SI به صورت $P = t^2 - 10t + 20$ است. نیروی متوسط وارد بر جسم در بازه ی

$t_1 = ۵s$ تا $t_2 = ۷s$ چند نیوتن است؟ (سراسری تجربی خارج کشور ۹۳). (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

حل:



۱۲- در شکل زیر، به جسم m_1 روی سطح افقی بدون اصطکاک، نیروی افقی F وارد می شود. بیشترین مقدار F چند

نیوتن باشد تا نخ رابط بین دو جسم شل نشود؟ ($m_2 = 2\text{ kg}, m_1 = 3\text{ kg}, g = 10\text{ m/s}^2$). (سراسری تجربی

خارج کشور ۹۳). (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

حل:

۱۳- ماهواره ی A به جرم m در ارتفاع $h = R_e$ از سطح زمین، به دور آن می چرخد. ماهواره B به جرم $2m$ در فاصله ی چند R_e از سطح زمین به

دور آن بچرخد تا سرعت خطی آن نصف سرعت خطی ماهواره ی A باشد؟ (R_e شعاع زمین است). (سراسری تجربی خارج کشور ۹۳).

$$۷(۱) \quad ۷\sqrt{۲}(۲) \quad ۴\sqrt{۲}(۳) \quad ۴(۴)$$

حل:

۱۴- اگر m ، V و P ، به ترتیب جرم، سرعت و تکانه یک جسم باشد، کدام رابطه نشان دهنده انرژی جنبشی آن جسم است؟ (سراسری ریاضی ۹۳).

$$(۱) \frac{m.V}{۲P} \quad (۲) \frac{PV}{۲m} \quad (۳) \frac{P^۲}{۲m} \quad (۴) \frac{mP^۲}{۲}$$

حل:

۱۵- شخصی به جرم ۸۰ kg درون آسانسوری قرار دارد. در لحظه ای که آسانسور با شتاب ثابت $۲ \frac{m}{s}$ تندشونده رو به پایین حرکت می کند، نیرویی که از طرف شخص به آسانسور وارد می شود، چند نیوتن است؟ ($g=۱۰ \text{ m/s}^۲$). (سراسری ریاضی ۹۳). (۱) ۹۶۰ (۲) ۸۰۰ (۳) ۱۶۰ (۴) ۶۴۰

حل:

۱۶- اگر $\vec{A} + \vec{B} = ۶\vec{i} + ۸\vec{j}$ و $\vec{A} - \vec{B} = ۲\vec{i} + ۴\vec{j}$ باشد. بزرگی بردار B چقدر است؟ (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۳).

$$(۱) ۲ \quad (۲) ۲\sqrt{۲} \quad (۳) ۴ \quad (۴) ۴\sqrt{۲}$$

حل:

۱۷- جسمی به جرم ۵۰ گرم در صفحه حرکت می کند و معادله ی بردار مکان آن در SI به صورت $\vec{r} = (۵t)\vec{i} + (۵t^۲ - ۲۴t)\vec{j}$ است. بزرگی تغییر تکانه ی آن در فاصله ی زمانی $t=۰$ تا $t=۵$ در SI کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۳). (۱) ۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۴ (۴) ۴/۵

حل:

۱۸- سه نیرو، هم زمان بر وزنه ای به جرم 5 kg اثر می کنند. اگر بردار نیروها در SI به صورت $\vec{F}_1 = 20\vec{i} - 50\vec{j}$ ، $\vec{F}_2 = 10\vec{i} + 20\vec{j}$ و $\vec{F}_3 = 10\vec{j}$ باشند، بزرگی شتاب حاصل از این نیروها چند متر بر مجذور ثانیه خواهد شد؟ (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۳).

۵(۱) $5\sqrt{2}$ (۲) $10\sqrt{2}$ (۳) 10 (۴) $10\sqrt{2}$

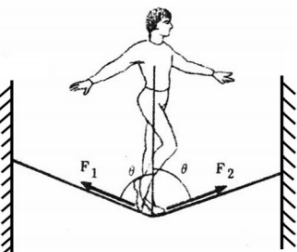
حل:

۱۹- دو ماهواره ی A و B، هر یک به جرم m به دور زمین می چرخند. فاصله ماهواره ی A تا سطح زمین R_e و فاصله ی ماهواره ی B تا سطح زمین $3R_e$ است. بزرگی تکانه ی ماهواره ی A چند برابر بزرگی تکانه ی B است؟ (R_e شعاع کره ی زمین است). (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۳).

۱(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) 2 (۴) 3

حل:

۲۰- طنابی بین دو دیوار موازی در یک تراز بسته شده است و یک بند باز، درست در وسط طناب قرار دارد و بزرگی نیروی کشش طناب در جلو و پشت شخص به ترتیب F_1 و F_2 است. اگر شخص، به تدریج به سمت دیوار مقابل خود حرکت کند..... (سراسری تجربی ۹۲)

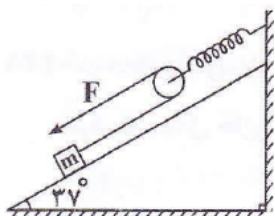


(۱) F_1 از F_2 کوچک تر می شود. (۲) F_1 از F_2 بزرگ تر می شود.

(۳) F_1 و F_2 برابر خواهد ماند ولی هر دو افزایش می یابند. (۴) F_1 و F_2 برابر خواهد ماند ولی هر دو کاهش می یابند.

حل:

۲۱- در شکل مقابل، جرم نخ و قرقره و فنر ناچیز است و ضریب اصطکاک جنبشی بین وزنه ی $m=4\text{ kg}$ با سطح شیب دار 37° می باشد. اگر وزنه ی m با شتاب ثابت 2 m/s^2 به سمت بالا کشیده شود، نیروی کشسانی فنر چند نیوتن است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$) و $g=10\text{ m/s}^2$. (سراسری تجربی خارج کشور ۹۲).



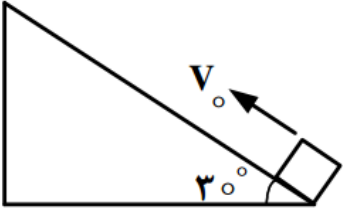
۳۲(۴) 40 (۳) 72 (۲) 80 (۱) 32

حل:

۲۲- سرعت گلوله ای به جرم 0.2 kg تحت اثر نیروی ثابتی، از $\vec{V}_1 = 10\vec{i} - 8\vec{j}$ به $\vec{V}_2 = 6\vec{i} - 5\vec{j}$ می رسد (در SI). اگر زمان تأثیر نیرو برابر با 0.1 ثانیه باشد، بزرگی نیرو چند نیوتن است؟ (سراسری ریاضی ۹۲).
 ۱۰(۱) ۱۲(۲) ۱۵(۳) ۲۰(۴)

حل:

۲۳- در شکل رو به رو، وزنه را با سرعت اولیه V_0 از پایین سطح شیب دار، مماس با سطح رو به بالا پرتاب می کنیم. وزنه تا ارتفاعی بالا رفته دوباره به نقطه ی پرتاب برمی گردد. اگر نیروی اصطکاک جنبشی برابر با 0.2 وزن جسم باشد، زمان بالا رفتن جسم چند برابر زمان پایین آمدن آن است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$). (سراسری ریاضی ۹۲)



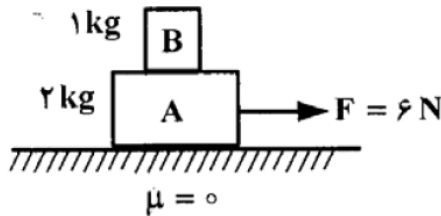
۱(۱) $\sqrt{\frac{7}{3}}$ ۲(۲) $\sqrt{\frac{3}{7}}$ ۳(۳) $\frac{5}{3}$ ۴(۴) $\frac{3}{5}$

حل:

۲۴- آونگی که طول نخ آن ۲ متر و جرم گلوله ی آن 2 kg است، از حالتی که راستای آن با راستای قائم زاویه ی 53° می سازد بدون سرعت اولیه رها می شود. نیروی کشش نخ آن در لحظه ای که با راستای قائم زاویه ی 37° می سازد، چند نیوتن می شود؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$) و مقاومت هوا ناچیز و $g = 10 \text{ N/kg}$ است). (سراسری ریاضی ۹۲).
 ۱۶(۱) ۲۰(۲) ۲۴(۳) ۳۶(۴)

حل:

۲۵- در شکل رو به رو اگر در ضمن حرکت روی سطح افقی، وزنه ی B روی وزنه ی A نلغزد، نیروی اصطکاک بین دو وزنه چند نیوتن است؟ (سراسری تجربی ۹۱) ۱(صفر) ۲(۲) ۳(۳) ۶(۴)



حل:

۲۶- فاصله ی ماهواره ی A از سطح زمین به اندازه ی شعاع زمین، و فاصله ی ماهواره B تا سطح زمین 7 برابر شعاع زمین است. دوره ی گردش ماهواره ی B چند برابر دوره ی گردش ماهواره ی A است؟ (سراسری تجربی ۹۱).
 ۲(۱) ۴(۲) ۸(۳) ۱۶(۴)

حل:

۲۷- معادله تکانه ی جسمی در SI به صورت $\vec{P} = (2t^2 - 8t)\vec{i} + (\frac{4}{3}t^3 - 4t^2 + 5)\vec{j}$ است. در کدام لحظه (بر حسب ثانیه)، شتاب حرکت متحرک برابر صفر است؟ (سراسری تجربی خارج کشور ۹۱). (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

حل:

۲۸- در نقطه ای که فاصله اش تا سطح زمین n برابر شعاع زمین است، شتاب گرانش، $\frac{1}{4}$ شتاب گرانش در روی زمین است، n کدام است؟ (سراسری تجربی خارج کشور ۹۱). (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

حل:

۲۹- در شکل رو به رو، بار اول نخ را به آرامی پایین می کشیم و به تدریج این نیرو را افزایش می دهیم تا یکی از نخ ها پاره شود. بار دوم همین آزمایش را به این ترتیب تکرار می کنیم که نخ را به صورت ضربه ای در یک لحظه به پایین می کشیم تا یکی از نخ های دو طرف وزنه پاره شود. در مورد این آزمایش کدام درست است؟ (سراسری ریاضی ۹۱).



(۱) در هر دو آزمایش نخ از قسمت پایین وزنه پاره می شود.

(۲) در هر دو آزمایش نخ از قسمت بالای وزنه پاره می شود.

(۳) در آزمایش اول نخ از بالای وزنه پاره می شود و در آزمایش دوم از پایین وزنه.

(۴) در آزمایش اول نخ از پایین وزنه پاره می شود و در آزمایش دوم از بالای وزنه.

۳۰- در شکل روبه رو، اصطکاک سطح افقی با وزنه ی m_1 ناچیز است و نیروی F حداقل باید ۱۲ نیوتن باشد تا وزنه m_1 به حرکت درآید. حال اگر نخ بسته شده به دیوار را باز کنیم، نیروی افقی F حداکثر چند نیوتن می تواند باشد تا وزنه ها نسبت به هم نلغزند؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$). (سراسری ریاضی ۹۱).

(۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

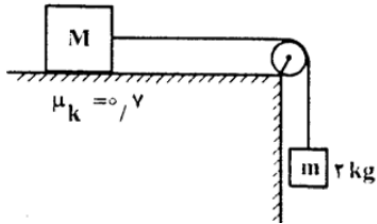
حل:

۳۱- شخصی به جرم 50 kg روی صندلی یک چرخ و فلک که به طور یکنواخت می چرخد، نشسته و با سرعت $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی یک مسیر دایره ای به شعاع 10 m حرکت می کند. بزرگی نیرویی که این شخص در بالاترین نقطه ی مسیر بر صندلی خود وارد می کند، چند نیوتن است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$).

(سراسری ریاضی ۹۱). $420(1) \quad 480(2) \quad 500(3) \quad 580(4)$

حل:

۳۲- در شکل مقابل وزنه ی 2 kg کیلوگرمی در ابتدا رو به پایین و وزنه ی M با سرعت اولیه ی $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به سمت راست حرکت می کند. پس از پیمودن مسافت $1/5 \text{ m}$ و قبل از این که وزنه ی m به زمین برسد، وزنه ها می ایستند. جرم وزنه ی M چند کیلوگرم است؟ (از جرم نخ و قرقره و اصطکاک قرقره صرف نظر شود و $g = 10 \text{ m/s}^2$). (سراسری ریاضی ۹۱). $3/4(4) \quad 3/1(3) \quad 2/9(2) \quad 2/6(1)$



حل:

۳۳- اگر برآیند 3 نیروی $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ صفر باشد و بزرگی هر کدام 20 نیوتن باشد، اندازه ی $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 - \vec{F}_3$ چند نیوتن است؟ (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۱). $20\sqrt{2}(4) \quad 40(3) \quad 20(2) \quad \text{صفر}(1)$

حل:

۳۴- وزنه ای به جرم 200 g توسط نخ سبکی از سقف اتومبیلی آویخته شده است. اتومبیل در یک جاده ی افقی و در مسیر مستقیم، با شتاب ثابت $7/5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ در حال حرکت است. کشش نخ چند نیوتن است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$). (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۱). $2(3) \quad 2/5(2) \quad 3/75(1) \quad 1/5(4)$

حل:

۳۵- دو ماهواره ی A و B به جرم های m_A و $m_B = 2m_A$ روی دو مدار دایره ای شکل دور زمین می چرخند. ماهواره A در ارتفاع 6370 km و ماهواره ی B در ارتفاع 12740 km از سطح زمین قرار دارند. انرژی جنبشی ماهواره ی A چند برابر انرژی جنبشی ماهواره ی B است؟ (شعاع زمین را 6370 km فرض کنید). (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۱).

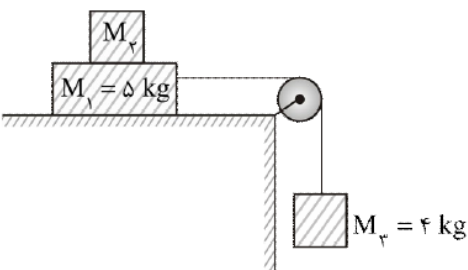
$\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

حل:

۳۶- در شکل رو به رو، ضریب اصطکاک ایستایی بین میز و وزنه ی M_1 برابر $0/5$ است. کم ترین جرم وزنه ی M_2 چند کیلوگرم باشد تا آویختن وزنه M_3 ، سیستم به حرکت درنیاید؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$) و از اصطکاک نخ و قرقره صرف نظر شود). (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۱).

$\frac{2}{5}$ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{4}{8}$ (۴)

حل:



۹- سوالات دینامیک المپیاد دانش آموزی فیزیک

۳۷- در دستگاه نشان داده شده در شکل زیر، دو قطعه به جرم m با نخ به هم وصل شده اند. ضریب اصطکاک ایستایی بین m و $2m$ (در هر دو

قسمت) μ_s است. از اصطکاک بین قطعه های به جرم $2m$ با سطحی که روی آن قرار دارند، صرف نظر

کنید. بیشینه F چقدر باشد تا چهار قطعه با هم حرکت کنند؟ (مرحله اول بیست و پنجمین المپیاد

فیزیک ۱۳۹۰). (۱) $2\mu_s mg$ (۲) $\mu_s mg$ (۳) $\frac{3}{4}\mu_s mg$ (۴) $\frac{3}{2}\mu_s mg$

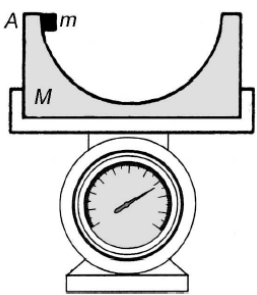
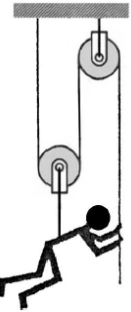
حل:

۳۸- یک کارگر ساختمانی به وزن W برای بالا رفتن از ساختمانی، ابزاری مطابق شکل زیر به کار می برد. او حداقل با چه نیرویی باید طناب را به

پایین بکشد تا بتواند خود را بالا ببرد؟ (از جرم نخ و قرقره ها چشم پوشی کنید) (مرحله اول دوازدهمین المپیاد فیزیک).

(۱) W (۲) $\frac{W}{2}$ (۳) $\frac{W}{3}$ (۴) $\frac{W}{4}$

حل:



۳۹- جسمی به جرم m ، مطابق شکل روی سطح داخلی نیم کره ای به جرم M و به شعاع R قرار دارد. سطح نیم کره را بدون اصطکاک در نظر بگیرید. جرم m از نقطه ی A از حالت سکون رها می شود. این مجموعه روی یک ترازو قرار دارد.

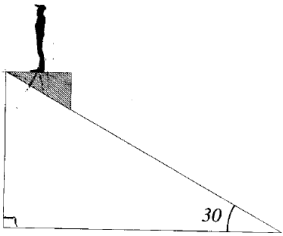
عددی که ترازو نشان می دهد... (مرحله اول دوازدهمین المپیاد فیزیک).

(۱) ثابت و برابر $(M+m)g$ است. (۲) متغیر است و بیشترین مقدار آن $(M+m)g$ است.

(۳) متغیر است و بیشترین مقدار آن $(M+2m)g$ است. (۴) متغیر است و بیشترین مقدار آن $(M+3m)g$ است.

حل:

۴۰- شخصی روی سکوی متحرکی مطابق شکل ایستاده است. این سکو روی سطح شیب داری است که با افق زاویه 30° می سازد. در حالی که سکو به پایین می لغزد، نیروی قائمی که سکو به شخص وارد می کند $\frac{15}{16}$ وزن شخص است. ضریب اصطکاک بین سکو و سطح شیب دار چقدر است؟ (مرحله اول بیست و چهارمین المپیاد فیزیک).



$$\frac{\sqrt{3}}{2} (1) \quad \frac{\sqrt{3}}{4} (2) \quad \frac{\sqrt{3}}{3} (3) \quad \frac{2}{3} (4)$$

حل:

	الف	ب	ج	د		الف	ب	ج	د		الف	ب	ج	د		الف	ب	ج	د
۱				☒	۱۱		☒			۲۱	☒				۳۱	☒			
۲		☒			۱۲			☒		۲۲	☒				۳۲			☒	
۳		☒			۱۳	☒				۲۳		☒			۳۳			☒	
۴				☒	۱۴			☒		۲۴			☒		۳۴		☒		
۵		☒			۱۵	☒				۲۵		☒			۳۵				☒
۶	☒				۱۶		☒			۲۶			☒		۳۶		☒		
۷				☒	۱۷		☒			۲۷		☒			۳۷				☒
۸	☒				۱۸			☒		۲۸	☒				۳۸			☒	
۹		☒			۱۹	☒				۲۹			☒		۳۹				☒
۱۰	☒				۲۰		☒			۳۰			☒		۴۰		☒		